

Тренировочные упражнения задания №25

1. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD=10$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
2. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4,5 и 18, $BD=9$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
3. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD=6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
4. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64, $BD=16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
5. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 45, $BD=15$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
6. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 6 и 24, $BD=12$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
7. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 7 и 28, $BD=14$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
8. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 8 и 32, $BD=16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
9. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 9 и 36, $BD=18$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
10. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 2 и 32, $BD=8$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
11. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.
12. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны. Докажите, что углы DAC и DBC также равны.
13. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы DAC и DBC равны. Докажите, что углы CDB и CAB также равны.
14. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы CDB и CAB равны. Докажите, что углы BCA и BDA также равны.
15. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.
16. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку K . Докажите, что сумма площадей треугольников BKC и AKD равна половине площади трапеции.
17. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.
18. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.
19. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади параллелограмма.
20. Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.
21. Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.
22. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.
23. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы BB_1A_1 и BAA_1 равны.

24. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы AA_1C_1 и ACC_1 равны.
25. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы CC_1A_1 и CAA_1 равны.
26. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что углы BB_1C_1 и BCC_1 равны.
27. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что углы CC_1B_1 и CB_1B_1 равны.
28. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне BC . Докажите, что K — середина BC .
29. Биссектрисы углов C и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке L , лежащей на стороне AB . Докажите, что L — середина AB .
30. Биссектрисы углов B и C параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M , лежащей на стороне AD . Докажите, что M — середина AD .
31. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке N , лежащей на стороне CD . Докажите, что N — середина CD .
32. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.
33. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке P . Докажите, что площади треугольников APB и CPD равны.
34. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.
35. В треугольнике ABC с тупым углом ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники A_1BC_1 и ABC подобны.
36. В треугольнике ABC с тупым углом BAC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники AB_1C_1 и ABC подобны.
37. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.
38. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.
39. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.
40. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках L и N соответственно. Докажите, что отрезки CL и AN равны.
41. Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .
42. Биссектрисы углов A и D трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , лежащей на стороне BC . Докажите, что точка M равноудалена от прямых AB , AD и CD .
43. Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне CD . Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB , BC и AD .
44. Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.
45. Окружности с центрами в точках E и F пересекаются в точках C и D , причём точки E и F лежат по одну сторону от прямой CD . Докажите, что прямые CD и EF перпендикулярны.
46. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

47. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.
48. Окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках K и L , причём точки P и Q лежат по одну сторону от прямой KL . Докажите, что прямые PQ и KL перпендикулярны.
49. Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T , причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST . Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.
50. Окружности с центрами в точках I и J не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m:n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m:n$.
51. Окружности с центрами в точках P и Q не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $a:b$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $a:b$.
52. Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .
53. Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AD . Точка L — середина стороны AB . Докажите, что DL — биссектриса угла ADC .
54. Сторона AD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD . Точка M — середина стороны AD . Докажите, что CM — биссектриса угла $B CD$.
55. Сторона CD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AD . Точка N — середина стороны CD . Докажите, что AN — биссектриса угла BAD .
56. Сторона CD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны BC . Точка N — середина стороны CD . Докажите, что BN — биссектриса угла ABC .
57. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.
58. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K . Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.
59. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.